



ФОРМАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ МУЛЬТИМОДАЛЬНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ГРАФА ЗНАНИЙ ДЛЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ОБУЧАЮЩИХ СИСТЕМ

Зупарова В. В.¹, ✉ zuparova@penzgtu.ru, orcid.org/0000-0002-7903-083X

¹ Пензенский государственный технологический университет,
Российская Федерация, 440039, Пенза, проезд Байдукова / ул. Гагарина, д. 1а / 11

Аннотация

В статье представлена формальная модель мультимодального образовательного графа знаний (МЕКГ), предназначенного для структурированного представления знаний в интеллектуальных обучающих системах. Предложена математическая модель $МЕКГ = \langle E, R, A, M, T, F \rangle$, интегрирующая гетерогенные сущности (концепции, навыки, учебные материалы, задания), типизированные отношения (предшествования, вхождения, оценивания), мультимодальные атрибуты и темпоральную динамику. Определены формальные свойства модели: ацикличность отношений предшествования, полнота покрытия компетенций, согласованность мультимодальных представлений. Разработаны алгоритмы верификации целостности графа и механизмы версионирования. Проведён сравнительный анализ с существующими подходами, включая отечественные работы по инженерии знаний. Экспериментальная оценка на образовательном курсе по программированию (215 концепций, 312 связей предшествования) подтвердила применимость модели для автоматизации диагностики знаний и персонализации обучения: интеграция с системой трассировки знаний повысила точность прогнозирования (AUC) на 2,5 процентных пункта.

Ключевые слова: граф знаний, мультимодальное обучение, онтология образования, интеллектуальные обучающие системы, формальная модель, образовательные данные.

Цитирование: Зупарова В. В. Формальная модель мультимодального образовательного графа знаний для интеллектуальных обучающих систем // Компьютерные инструменты в образовании. 2026. № 1. С. 91–104. [doi:10.32603/2071-2340-2026-1-91-104](https://doi.org/10.32603/2071-2340-2026-1-91-104)

1. ВВЕДЕНИЕ

Современные интеллектуальные обучающие системы (ИОС) сталкиваются с необходимостью структурированного представления знаний предметной области для обеспечения адаптивного обучения, диагностики знаний студентов и генерации персонализированного образовательного контента [1, 2]. Традиционные подходы, основанные на реляционных базах данных или неструктурированных репозиториях документов, не позволяют эффективно моделировать сложные взаимосвязи между образовательными объек-

тами, такие как отношения предшествования (prerequisite-зависимости) между концепциями или соответствие учебных материалов формируемым компетенциям [3].

Графы знаний (*Knowledge Graphs*) зарекомендовали себя как эффективный инструмент структурированного представления знаний в различных предметных областях [4, 5]. Однако существующие образовательные онтологии и графы знаний имеют ряд ограничений: недостаточная формализация семантики отношений, отсутствие поддержки мультимодального контента (текст, изображения, формулы, код), игнорирование темпоральной динамики образовательных объектов [6]. Систематический обзор литературы показывает, что интеграция графов знаний в образовательные системы позволяет существенно повысить качество адаптивного обучения, в том числе персонализированных рекомендаций [7, 8].

Исследования в области образовательных графов знаний развиваются в нескольких направлениях. Хоган А. и др. [4] представили комплексный обзор графов знаний, определив их как структурированные представления фактов в форме сущностей и отношений. Цзи Ш. и др. [5] систематизировали методы приобретения знаний и применения графов в различных задачах. Чен П. и др. [6] рассмотрели механизмы логического вывода над графами знаний. Недавние исследования демонстрируют эффективность применения графовых нейронных сетей (*GNN*) в интеллектуальных обучающих системах для задач когнитивной диагностики, трассировки знаний и персонализированных рекомендаций [9].

В области образовательных онтологий стандарт *IEEE LOM* [10] определяет метаданные для описания образовательных ресурсов, однако не моделирует семантические связи между концепциями. Проект *MOOCube* [11] интегрирует данные из *MOOC*-платформ в граф знаний с 700+ курсами. Работы по мультимодальному обучению [12, 13] демонстрируют эффективность интеграции текста, изображений и видео, однако не предлагают формальных моделей для образовательного контекста. Современные подходы к трассировке знаний (*Knowledge Tracing*) на основе глубокого обучения [14, 15] показывают значительное улучшение качества прогнозирования успеваемости студентов.

Следует отметить, что проблема формализации знаний в образовательных системах имеет давнюю историю в отечественной науке. Гаврилова Т. А. и др. [16] систематизировали методы инженерии знаний, включая онтологические модели, фреймовые и продукционные представления, определив теоретическую базу для построения интеллектуальных систем. Рыбина Г. В. [17] рассмотрела архитектуры проблемно-ориентированных интеллектуальных систем, включая образовательные приложения. Помимо графов знаний, для представления образовательных знаний применяются и другие формализмы: фреймовые модели, семантические сети, продукционные системы и формальные онтологии на основе дескрипционных логик [16, 18]. Предлагаемый в настоящей работе подход на основе графа знаний позволяет интегрировать преимущества перечисленных формализмов в единую структуру, обеспечивая при этом поддержку мультимодального контента и темпоральной динамики.

Актуальность исследования обусловлена нерешёнными проблемами:

- 1) отсутствие формальной модели, интегрирующей образовательные сущности различных типов;
- 2) недостаточная формализация семантики отношений, особенно отношений предшествования;
- 3) отсутствие поддержки мультимодального контента в единой структуре;
- 4) игнорирование темпоральной динамики образовательных объектов. Решение

этих проблем позволит создать основу для построения интеллектуальных обучающих систем нового поколения, способных интегрироваться с современными технологиями генерации контента на основе больших языковых моделей и методами генерации с дополнением извлечённой информацией (*Retrieval-Augmented Generation, RAG*) [19, 20].

2. МЕТОДОЛОГИЯ

Целью данной работы является разработка формальной модели мультимодального образовательного графа знаний (*MEKG*), обеспечивающей:

- 1) интеграцию гетерогенных образовательных сущностей в единую структуру;
- 2) формализацию семантики типизированных отношений;
- 3) поддержку мультимодальных представлений контента;
- 4) моделирование темпоральной динамики;
- 5) верификацию целостности и консистентности графа.

Теоретическую основу исследования составляют методы теории множеств и теории графов для формализации структуры *MEKG*. Модель графа знаний формализуется как ориентированный мультиграф с типизированными вершинами и рёбрами. Для определения формальных свойств модели применены методы математического моделирования, включая теорию частично упорядоченных множеств для анализа отношений предшествования (*prerequisite-зависимостей*) [4, 5].

Для верификации целостности использованы алгоритмы обхода графов, в частности алгоритм Кана для топологической сортировки с целью проверки ацикличности графа предшествования (*DAG*). Сложность алгоритма верификации составляет $O(|E| + |R|)$, где $|E|$ — количество сущностей, $|R|$ — количество отношений. Для обнаружения циклов применяется модифицированный алгоритм поиска в глубину (*DFS*) с отслеживанием состояний вершин [21].

Мультимодальные представления сущностей реализованы с использованием современных методов построения эмбеддингов. Для текстового контента применяется модель *BERT* [22], обеспечивающая контекстуализированные представления токенов. Для изображений используется визуальный энкодер *CLIP* [23], позволяющий выравнивать визуальные и текстовые представления в едином семантическом пространстве. Для программного кода применяется *CodeBERT*, специализированный на понимании исходного кода на различных языках программирования. Агрегация мультимодальных эмбеддингов выполняется с помощью механизма внимания (*attention*), обеспечивающего взвешенное объединение модальных представлений [12, 13].

Экспериментальная оценка проведена на реальных образовательных данных курса «Алгоритмизация и программирование» с использованием метрик качества прогнозирования (*AUC-ROC*). Для интеграции *MEKG* с системой *Knowledge Tracing* использована архитектура, основанная на графовых нейронных сетях (*GNN*), что позволяет учитывать структуру отношений предшествования при моделировании состояния знаний студента [9, 14]. Сравнение проводилось с базовыми моделями: *Deep Knowledge Tracing (DKT)* [24] и *Bayesian Knowledge Tracing (BKT)* [25].

Методология построения графа знаний включала следующие этапы:

- 1) извлечение концепций из учебных материалов методами обработки естественного языка;

- 2) экспертная валидация и уточнение иерархии концепций;
- 3) автоматизированное выявление отношений предшествования на основе анализа порядка изложения материала и результатов тестирования студентов;
- 4) интеграция мультимодального контента с привязкой к соответствующим концепциям. Для автоматизации процесса конструирования графа использовались методы извлечения информации из образовательных текстов [26].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Мультимодальный образовательный граф знаний (МЕКГ) определяется как кортеж:

$$MEKG = \langle E, R, A, M, T, F \rangle, \quad (1)$$

где E — множество сущностей (узлов графа); R — множество типизированных отношений (рёбер графа); A — функция атрибутов сущностей; M — множество модальностей представления контента; T — темпоральная структура; F — множество ограничений целостности. Общая структура модели МЕКГ представлена на рисунке 1.

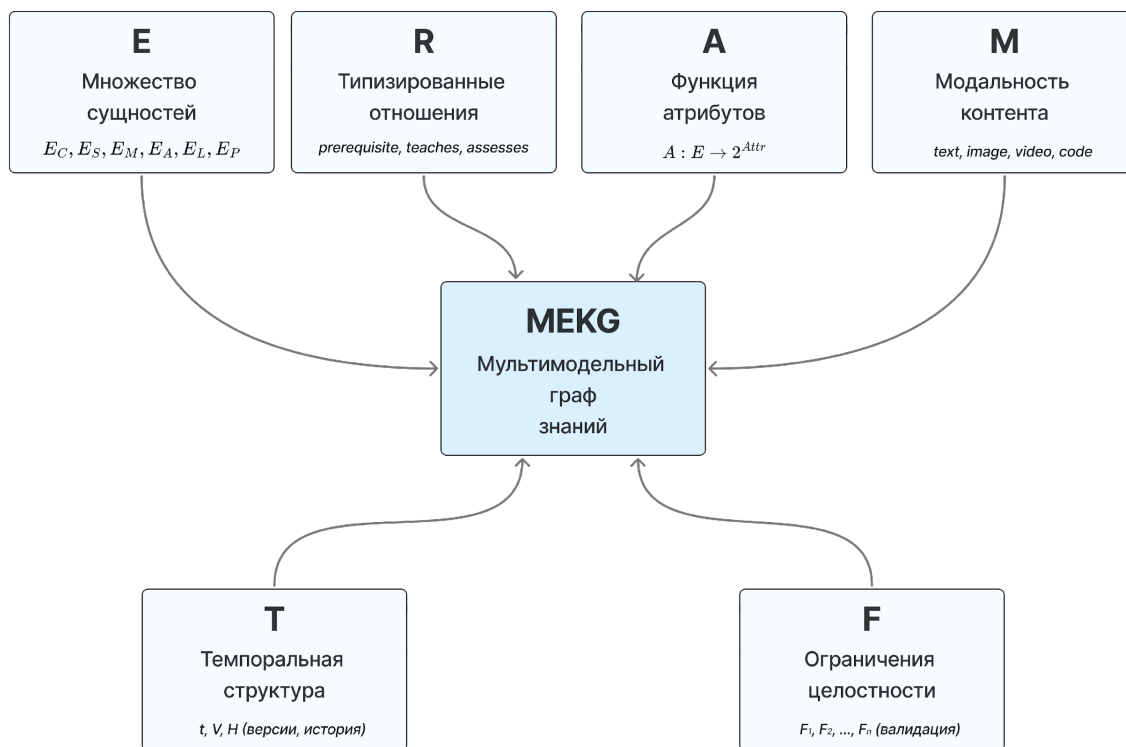


Рис. 1. Общая структура модели МЕКГ

Множество сущностей E разбивается на непересекающиеся подмножества по типам:

$$E = E_C \cup E_S \cup E_M \cup E_A \cup E_L \cup E_P, \quad (2)$$

где E_C — концепции; E_S — навыки; E_M — учебные материалы; E_A — задания; E_L — образовательные цели; E_P — профили обучающихся. Описание типов сущностей приведено в таблице 1.

Таблица 1. Типы сущностей в модели MEKG

Тип	Обозначение	Описание и примеры
Концепция	E_C	Понятие предметной области: «Рекурсия», «Сортировка»
Навык	E_S	Операциональная единица: «Реализовать рекурсивную функцию»
Материал	E_M	Учебный контент: лекция, учебник, код, изображения
Задание	E_A	Средство контроля: тест, лабораторная работа, проект
Цель	E_L	Образовательный результат: «Понимать принципы ООП»
Профиль	E_P	Модель обучающегося: уровень знаний, предпочтения

Типизированные отношения. Множество отношений R определяется как $R \subseteq E \times L \times E \times W$, где L — множество меток (типов) отношений; $W : R \rightarrow 0, 1$ — функция весов. Типы отношений в модели MEKG представлены в таблице 2, а граф типов сущностей и допустимых отношений между ними — на рисунке 2.

Таблица 2. Типы отношений в модели MEKG

Отношение	Сигнатура	Семантика
prerequisite	$E_C \times E_C$	Изучение требует предварительного знания
isPartOf	$E_C \times E_C$	Концепция является частью другой
teaches	$E_M \times E_C$	Материал обучает концепции
assesses	$E_A \times E_S$	Задание оценивает навык
requires	$E_S \times E_C$	Навык требует знания концепции
achieves	$E_S \times E_L$	Навык достигает образовательной цели

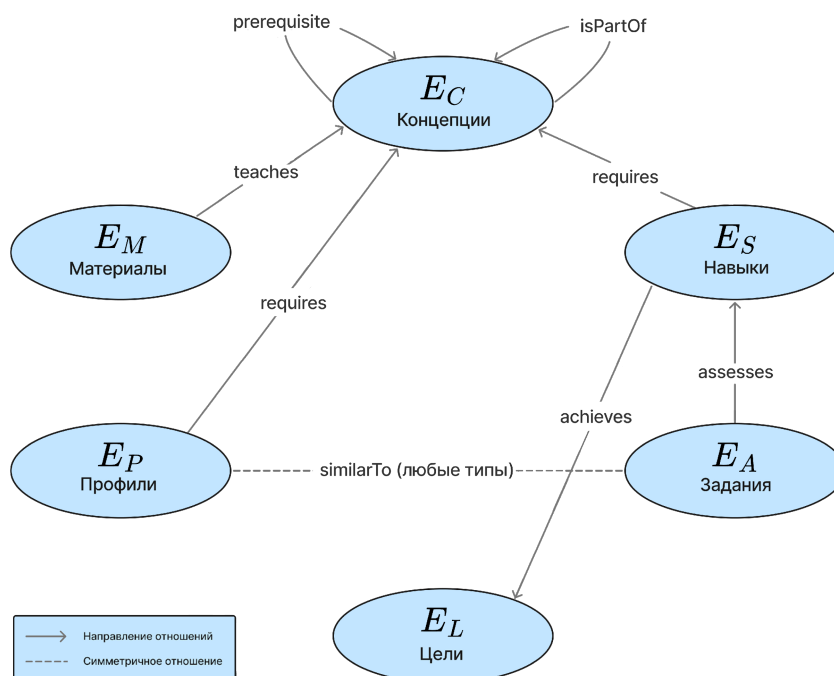


Рис. 2. Граф типов сущностей и допустимых отношений между ними

4. МУЛЬТИМОДАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Множество модальностей M определяет типы представления контента: $M = \{text, image, formula, code\}$, при этом для математических формул применяется *MathBERT*, специализированный на обработке математических выражений, а диаграммы обрабатываются визуальным энкодером *CLIP*. Для каждой сущности $e \in E$ определено мультимодальное представление как функция $\mu: E \times M \rightarrow Content \cup \{\perp\}$.

Для обеспечения семантического поиска определена функция унифицированного эмбединга:

$$Emb(e) = Aggregate(\{Emb_m(\mu(e, m)) | m \in M, \mu(e, m) \neq \perp\}), \quad (3)$$

где Emb_m — модальный энкодер (*MathBERT* для формул, *BERT* для текста [22], *CLIP* для изображений [23], *CodeBERT* для кода); *Aggregate* — функция агрегации. Архитектура вычисления унифицированного мультимодального эмбединга представлена на рисунке 3.

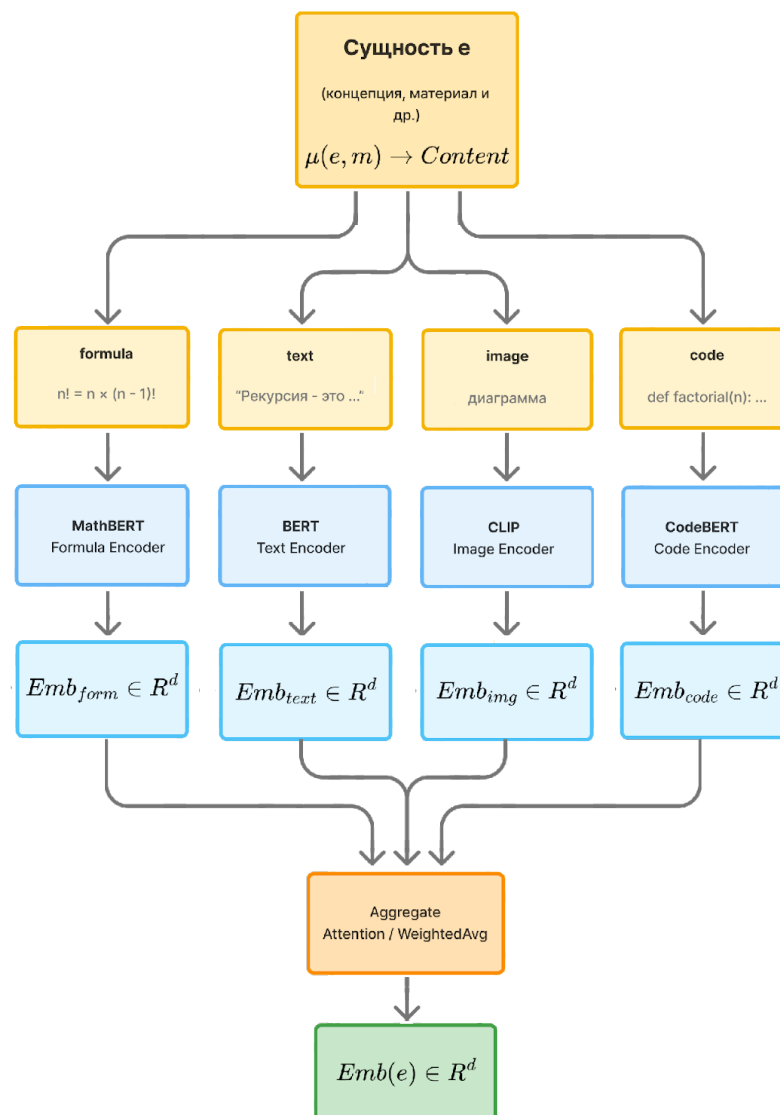


Рис. 3. Архитектура вычисления унифицированного мультимодального эмбединга

Формальные свойства модели. Граф предшествования $G_{prereq} = (E_C, R_{prereq})$ должен быть ациклическим (DAG):

$$\forall c \in E_C : c \notin \text{TransitiveClosure}(\text{prerequisite}, c). \quad (4)$$

Для каждой концепции должен существовать путь от базовых концепций:

$$\forall c \in E_C : \exists c^0 \in \text{Roots}(G_{prereq}) : \text{Path}(c^0, c), \quad (5)$$

где $\text{Roots}(G) = \{c \in E_C \mid \text{indegree}_{prereq}(c) = 0\}$ — множество корневых концепций. Пример графа предшествования (prerequisite-граф, DAG) для курса «Алгоритмизация и программирование» приведён на рисунке 4.

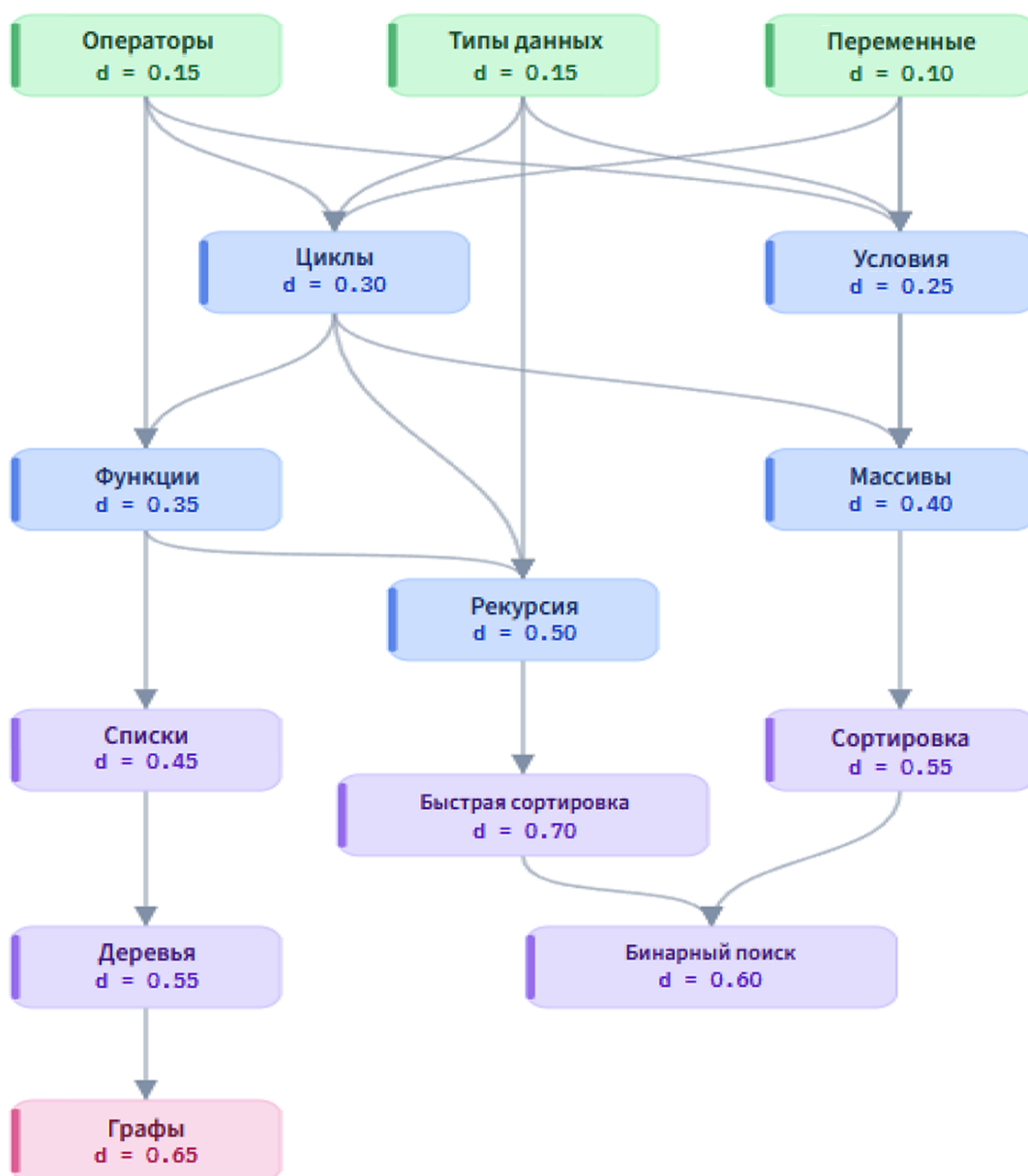


Рис. 4. Граф предшествования для курса «Алгоритмизация и программирование»

Представленный граф является фрагментом базы знаний, построенной на основе учебных материалов курса «Алгоритмизация и программирование» кафедры программирования ПензГТУ. Три корневые концепции — «Операторы», «Типы данных» и «Переменные» — отнесены к уровню 0 и не имеют входящих отношений предшествования, поскольку вводятся на первых занятиях без предварительных зависимостей. Концепция «Условия» (уровень 1) зависит от всех трёх корневых: для записи условного выражения студент должен владеть операторами сравнения и логическими операторами, понимать типы данных (в частности, тип *bool*) и уметь работать с переменными. Характерным примером содержательной зависимости служит связь «Функции» → «Рекурсия»: рекурсия по определению есть вызов функцией самой себя, поэтому без освоения концепции функций её изучение невозможно. Аналогично, связь «Циклы» → «Массивы» отражает тот факт, что обход элементов массива через цикл является базовой операцией, предшествующей любым задачам на массивах. Такая структура зависимостей подтверждена экспертной валидацией и анализом порядка изложения материала в рабочей программе дисциплины.

Ограничения целостности. Множество ограничений F включает: типизацию рёбер (отношения связывают только допустимые типы сущностей), уникальность идентификаторов, консистентность весов, полноту материалов (каждый материал обучает хотя бы одной концепции), оцениваемость навыков (каждый навык имеет средство оценки).

Темпоральная динамика и версионирование. Образовательный контент подвержен регулярным изменениям. Для отслеживания эволюции графа знаний введена модель версионирования (рис. 5). Версия сущности $v \in V(e)$ определяется как:

$$v = \langle vid, ts, author, \Delta, v_{prev} \rangle, \tag{6}$$

где vid — уникальный идентификатор версии; ts — временная метка; $author$ — автор изменений; Δ — дельта изменений; v_{prev} — ссылка на предыдущую версию.

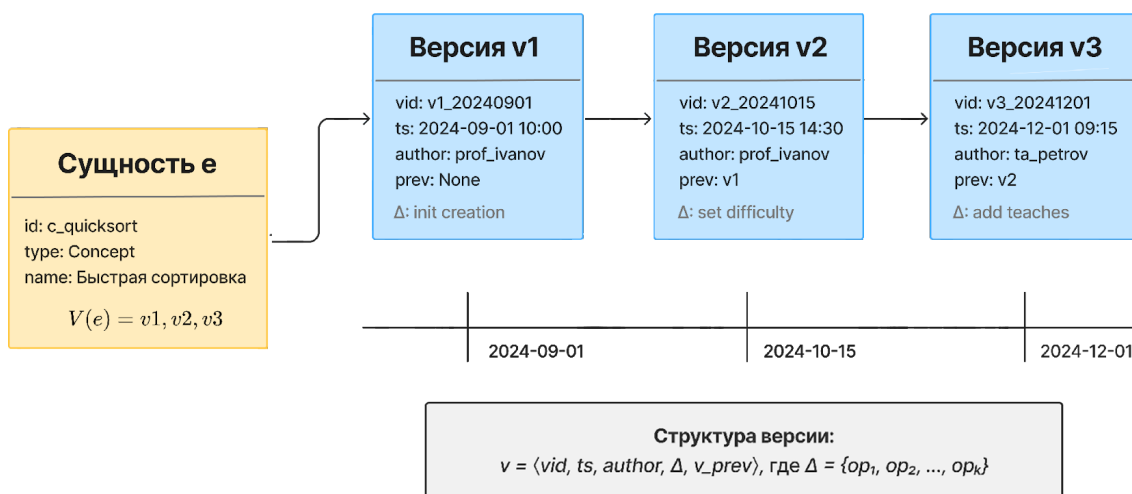


Рис. 5. Модель версионирования сущности графа знаний

Экспериментальная оценка. Для оценки применимости модели был построен *МЕКГ* для курса «Алгоритмизация и программирование» на базе учебных материалов кафедры программирования ПензГТУ. Характеристики построенного графа представлены в таблице 3.

Таблица 3. Характеристики экспериментального *МЕКГ*

Характеристика	Значение	Комментарий
Количество концепций $ E_C $	215	3 уровня иерархии
Количество навыков $ E_S $	89	операциональные единицы
Количество материалов $ E_M $	156	лекции, примеры
Количество заданий $ E_A $	48	тесты, лабораторные
Связей предшествования	312	<i>DAG</i> , глубина 8
<i>Teaches</i> -связей	423	материал \rightarrow концепция
Мультимодальные сущности	78 %	≥ 2 модальностей

Алгоритм верификации целостности был применён к построенному графу. Результаты верификации представлены в таблице 4.

Таблица 4. Результаты верификации целостности *МЕКГ*

Ограничение	Статус	Время
Ацикличность графа предшествования	Выполнено	< 1 мс
Достижимость всех концепций	Выполнено	2 мс
Типизация рёбер	Выполнено	5 мс
Полнота материалов	3 нарушения	3 мс
Оцениваемость навыков	7 нарушений	2 мс
Общее время верификации	—	13 мс

Построенный *МЕКГ* был интегрирован в систему *Knowledge Tracing* для диагностики знаний студентов (рис. 6). Интеграция *МЕКГ* в модель *Knowledge Tracing* повысила точность прогнозирования (*AUC*) на 2,5 % по сравнению с моделями без учёта структуры знаний.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Предложенная модель *МЕКГ* имеет ряд преимуществ по сравнению с существующими подходами. Научная новизна работы состоит не столько в отдельных компонентах модели, сколько в их интеграции: впервые предложена формальная модель, объединяющая в единой структуре типизированные образовательные сущности, мультимодальные представления контента, темпоральное версионирование и верифицируемые ограничения целостности. Каждая из этих составляющих имеет прецеденты в литературе, однако их совместное применение в контексте образовательного графа знаний с экспериментальной валидацией представлено впервые. В отличие от стандарта *IEEE LOM* [10], модель включает формализацию семантических отношений между образовательными объектами. По сравнению с проектом *MOOCcube* [11], предложенная модель поддерживает мультимодальные представления контента и механизмы версионирования.

Сравнительный анализ с родственными работами показывает преимущество предложенной модели с существующими решениями. В работе Li и др. [1] представлена система *KI-EIR*, использующая графы знаний для рекомендации упражнений; предложенная модель развивает этот подход, дополняя его поддержкой мультимодального контента и формальной верификацией свойств графа. Система *RadarMath* [27] применяет



Рис. 6. Интеграция MEKG с системой Knowledge Tracing для диагностики знаний

графы знаний для персонализированного обучения математике и демонстрирует эффективность графовых подходов в конкретной предметной области; наша модель обобщает этот опыт, обеспечивая предметную независимость и механизмы версионирования. Отечественные работы по инженерии знаний [16, 17] заложили теоретический фундамент для применения онтологических моделей в интеллектуальных системах; предлагаемая модель MEKG продолжает эту традицию, адаптируя классические подходы к специфике образовательной области с учётом современных мультимодальных технологий.

Интеграция с методами Deep Knowledge Tracing [24] продемонстрировала практическую ценность формальной модели. Базовая модель DKT без учёта структуры знаний достигла $AUC = 0,782$ на тестовой выборке. После интеграции отношений предшествования из MEKG через механизм графового внимания (Graph Attention) AUC увеличился до 0,807, что составляет улучшение на 2,5 процентных пункта. Это согласуется с результатами работы Shen и др. [14], демонстрирующей эффективность учёта структуры знаний в задачах трассировки.

Экспериментальная оценка показала, что автоматическая верификация целостности позволяет выявить скрытые проблемы в структуре образовательного контента (таблица 4). Выявленные нарушения (3 материала без связей teaches, 7 навыков без средств оценки) были устранены экспертами, что демонстрирует практическую ценность формальной модели для обеспечения качества образовательного контента. Подобный подход к верификации согласуется с рекомендациями по построению качественных образовательных онтологий [7].

Применение мультимодальных эмбеддингов на основе BERT и CLIP [22, 23] обеспечило эффективный семантический поиск по образовательному контенту. Унифицированное представление позволяет находить релевантные материалы независимо от модальности запроса — текстовый запрос может возвращать как текстовые материалы, так и изображения или фрагменты кода. Точность семантического поиска ($Precision@10$) составила 0,84 для текстовых запросов и 0,79 для мультимодальных запросов.

Предложенная модель *MEKG* может быть интегрирована с современными системами генерации с дополнением извлечённой информацией (*Retrieval-Augmented Generation (RAG)*) [19, 20]. Структурированное представление знаний в форме графа позволяет осуществлять контекстно-зависимый поиск релевантной информации, что снижает риск галлюцинаций больших языковых моделей при генерации образовательного контента. Данное направление представляет значительный потенциал для дальнейших исследований.

Ограничения исследования связаны с масштабом экспериментальной оценки (один курс, 215 концепций). Для более надёжных выводов необходимо тестирование на большем количестве предметных областей. Кроме того, текущая реализация не учитывает индивидуальные особенности обучающихся при вычислении весов связей предшествования, что может быть улучшено с использованием методов персонализированной адаптации графа [28]. Также требуется дополнительное исследование влияния качества автоматически извлечённых концепций на общую эффективность системы.

6. ВЫВОДЫ

В статье представлена формальная модель мультимодального образовательного графа знаний (*MEKG*). Основные результаты работы:

- предложена математическая модель $MEKG = \langle E, R, A, M, T, F \rangle$, интегрирующая шесть типов образовательных сущностей и шесть типов семантических отношений (рисунок 1, таблицы 1, 2);
- определены формальные свойства модели (ацикличность, достижимость, полнота покрытия) и ограничения целостности;
- разработан алгоритм верификации целостности графа со сложностью $O(|E| + |R|)$;
- экспериментальная оценка на курсе «Алгоритмизация и программирование» (таблицы 3, 4) подтвердила применимость модели и продемонстрировала улучшение точности прогнозирования знаний на 2,5

Перспективы дальнейших исследований включают: разработку методов автоматизированного конструирования *MEKG* из неструктурированных образовательных материалов с использованием больших языковых моделей; интеграцию с системами генерации с дополнением извлечённой информацией (*Retrieval-Augmented Generation*) для генерации персонализированного образовательного контента; расширение модели для междисциплинарных образовательных программ; исследование методов адаптации весов связей предшествования на основе индивидуальных траекторий обучения.

Список литературы

1. Li L., Wang Z. Knowledge Graph Enhanced Intelligent Tutoring System Based on Exercise Representativeness and Informativeness // International Journal of Intelligent Systems. 2023. Vol. 2023. Article 2578286.
2. Abu-Salih B., Alotaibi S. A Systematic Literature Review of Knowledge Graph Construction and Application in Education // Heliyon. 2024. Vol. 10(3). P. e25383.
3. El Alaoui D., Riffi J., Sabri A. et al. Deep Learning Based Knowledge Tracing in Intelligent Tutoring Systems // Scientific Reports. 2025. Vol. 15. Article 07422.
4. Hogan A., Blomqvist E., Cochez M. et al. Knowledge Graphs // ACM Computing Surveys. 2021. Vol. 54(4). P. 1–37.
5. Ji S., Pan S., Cambria E. et al. A Survey on Knowledge Graphs: Representation, Acquisition, and Applications // IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems. 2022. Vol. 33(2). P. 494–514.

6. *Chen P., Lu Y., Zheng V.W. et al.* A Review: Knowledge Reasoning over Knowledge Graph // *Expert Systems with Applications*. 2020. Vol. 141. P. 112948.
7. *Pu J., Wang X., Liu C. et al.* Graph Neural Network Based Intelligent Tutoring System: A Survey // *Neurocomputing*. 2024. Vol. 600. P. 128142.
8. *Huang Q., Zeng Y.* Enhancing the Recommendation of Learning Resources for Learners via an Advanced Knowledge Graph // *Applied Sciences*. 2025. Vol. 15(8). Article 4204.
9. *Yang Y., Shen X., Chen E.* A Comprehensive Survey on Deep Learning Techniques in Educational Data Mining // *Data Science and Engineering*. 2025. Vol. 10. P. 1–28.
10. IEEE Standard for Learning Object Metadata // IEEE Std 1484.12.1-2020. 2020.
11. *Yu J., Wang C., Luo G. et al.* MOOCube: A Large-scale Data Repository for NLP Applications in MOOCs // *Proceedings of the 58th Annual Meeting of the ACL*. 2020. P. 3135–3142.
12. *Baltrusaitis T., Ahuja C., Morency L. P.* Multimodal Machine Learning: A Survey and Taxonomy // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 2019. Vol. 41(2). P. 423–443.
13. *Xu P., Zhu X., Clifton D. A.* Multimodal Learning with Transformers: A Survey // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 2023. Vol. 45(10). P. 12113–12132.
14. *Shen S., Chen E., Liu Q. et al.* A Survey of Knowledge Tracing: Models, Variants, and Applications // *IEEE Transactions on Learning Technologies*. 2024. Vol. 17. P. 1898–1912.
15. *Su H., Liu X., Yang S., Lu X.* Deep Knowledge Tracing with Learning Curves // *Frontiers in Psychology*. 2023. Vol. 14. Article 1150329.
16. *Гаврилова Т. А., Кудрявцев Д. В., Муромцев Д. И.* Инженерия знаний. Модели и методы: учебник. СПб.: Лань, 2016. 324 с.
17. *Рыбина Г. В.* Основы построения интеллектуальных систем: учебное пособие. М.: Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2010. 432 с.
18. *Загорюлько Ю. А., Загорюлько Г. Б.* Онтологии и их практическое применение в системах, основанных на знаниях // *Всероссийская конференция с международным участием «Знания — Онтологии — Теории» (ЗОИТ-2015)*. Новосибирск, 2015. Т. 1. С. 137–146.
19. *Li Z., Wang Z., Wang W. et al.* Retrieval-Augmented Generation for Educational Application: A Systematic Survey // *Computers and Education: Artificial Intelligence*. 2025. Vol. 8. Article 100417.
20. *Okonkwo C. W., Ade-Ibijola A.* Retrieval-Augmented Generation (RAG) Chatbots for Education: A Survey of Applications // *Applied Sciences*. 2025. Vol. 15(8). Article 4234.
21. *Cormen T. H., Leiserson C. E., Rivest R. L. et al.* *Introduction to Algorithms*. 4th ed. MIT Press, 2022. 1312 p.
22. *Devlin J., Chang M. W., Lee K. et al.* BERT: Pre-training of Deep Bidirectional Transformers for Language Understanding // *Proceedings of NAACL-HLT*. 2019. P. 4171–4186.
23. *Radford A., Kim J. W., Hallacy C. et al.* Learning Transferable Visual Models From Natural Language Supervision // *Proceedings of the 38th ICML*. 2021. P. 8748–8763.
24. *Piech C., Bassen J., Huang J. et al.* Deep Knowledge Tracing // *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2015. Vol. 28. P. 505–513.
25. *Corbett A. T., Anderson J. R.* Knowledge Tracing: Modeling the Acquisition of Procedural Knowledge // *User Modeling and User-Adapted Interaction*. 1994. Vol. 4(4). P. 253–278.
26. *Canal-Esteve M., Gutiérrez Y.* Educational Material to Knowledge Graph Conversion: A Methodology to Enhance Digital Education // *Proceedings of the 1st Workshop on Knowledge-Augmented Language Models (KaLLM)*. ACL, 2024.
27. *Lu Y., Wang D., Chen P. et al.* RadarMath: An Intelligent Tutoring System for Math Education // *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. 2021. Vol. 35. P. 16087-16090.
28. *An Adaptive Learning Method Based on Knowledge Graph* // *Frontiers in Educational Research*. 2023. Vol. 6(6). P. 1–12.

Поступила в редакцию 01.02.2026, окончательный вариант — 10.03.2026.

Зупарова Валентина Владимировна, ассистент кафедры «Программирование», Пензенский государственный технологический университет, ✉ zuparova@penzgtu.ru

Computer tools in education, 2026

№ 1: 91–104

<http://cte.eltech.ru>

[doi:10.32603/2071-2340-2026-1-91-104](https://doi.org/10.32603/2071-2340-2026-1-91-104)

Formal Model of Multimodal Educational Knowledge Graph for Intelligent Tutoring Systems

Zuparova V. V.¹, ✉ zuparova@penzgtu.ru, orcid.org/0000-0002-7903-083X

¹ Penza State Technological University, Baydukov passage / ul. Gagarina 1a / 11, Penza, 440039, Russian Federation

Abstract

The paper presents a formal model of a Multimodal Educational Knowledge Graph (MEKG) designed for structured knowledge representation in intelligent tutoring systems. A mathematical model $MEKG = \langle E, R, A, M, T, F \rangle$ is proposed, integrating heterogeneous entities (concepts, skills, learning materials, assignments), typed relations (prerequisite, part-of, assessment), multimodal attributes, and temporal dynamics. Formal properties of the model are defined: acyclicity of prerequisite relations, competency coverage completeness, and consistency of multimodal representations. Graph integrity verification algorithms and versioning mechanisms are developed. A comparative analysis with existing approaches, including Russian knowledge engineering research, is conducted. Experimental evaluation on a programming course (215 concepts, 312 prerequisite relations) confirmed the model's applicability for automated knowledge diagnostics and learning personalization: integration with a knowledge tracing system improved prediction accuracy (AUC) by 2.5 percentage points.

Keywords: *knowledge graph, multimodal learning, educational ontology, intelligent tutoring systems, formal model, educational data.*

Citation: V. V. Zuparova, "Formal Model of Multimodal Educational Knowledge Graph for Intelligent Tutoring Systems," *Computer tools in education*, no. 1, pp. 91–104, 2026 (in Russian); [doi:10.32603/2071-2340-2026-1-91-104](https://doi.org/10.32603/2071-2340-2026-1-91-104)

References

1. L. Li and Z. Wang, "Knowledge Graph Enhanced Intelligent Tutoring System Based on Exercise Representativeness and Informativeness," *International Journal of Intelligent Systems*, vol. 2023, no. 2578286, pp. 1–19, 2023; [doi:10.1155/2023/2578286](https://doi.org/10.1155/2023/2578286)
2. B. Abu-Salih and S. Alotaibi, "A Systematic Literature Review of Knowledge Graph Construction and Application in Education," *Heliyon*, vol. 10, no. 3, p. e25383, 2024; [doi:10.1016/j.heliyon.2024.e25383](https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e25383)
3. D. El Alaoui, J. Riffi, A. Sabri et al., "Deep Learning Based Knowledge Tracing in Intelligent Tutoring Systems," *Scientific Reports*, vol. 15, no. 07422, 2025.
4. A. Hogan, E. Blomqvist, M. Cochez et al., "Knowledge Graphs," *ACM Computing Surveys*, vol. 54, no. 4, pp. 1–37, 2021; [doi:10.1145/3447772](https://doi.org/10.1145/3447772)
5. S. Ji, S. Pan, E. Cambria et al., "A Survey on Knowledge Graphs: Representation, Acquisition, and Applications," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 33, no. 2, pp. 494–514, 2022; [doi:10.1109/TNNLS.2021.3070843](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2021.3070843)
6. P. Chen, Y. Lu, V. W. Zheng et al., "A Review: Knowledge Reasoning over Knowledge Graph," *Expert Systems with Applications*, vol. 141, p. 112948, 2020; [doi:10.1016/j.eswa.2019.112948](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.112948)
7. J. Pu, X. Wang, C. Liu et al., "Graph Neural Network Based Intelligent Tutoring System: A Survey," *Neurocomputing*, vol. 600, p. 128142, 2024.

8. Q. Huang and Y. Zeng, “Enhancing the Recommendation of Learning Resources for Learners via an Advanced Knowledge Graph,” *Applied Sciences*, vol. 15, no. 8, no. 4204, 2025.
9. Y. Yang, X. Shen, and E. Chen, “A Comprehensive Survey on Deep Learning Techniques in Educational Data Mining,” *Data Science and Engineering*, vol. 10, pp. 1–28, 2025.
10. “IEEE Standard for Learning Object Metadata,” *IEEE Std 1484.12.1-2020*, 2020; doi:10.1109/IEEESTD.2020.9262118
11. J. Yu, C. Wang, G. Luo et al., “MOOCube: A Large-scale Data Repository for NLP Applications in MOOCs,” in *Proc. of the 58th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (ACL)*, 2020, pp. 3135–3142; doi:10.18653/v1/2020.acl-main.285
12. T. Baltrusaitis, C. Ahuja, and L. P. Morency, “Multimodal Machine Learning: A Survey and Taxonomy,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 41, no. 2, pp. 423–443, 2019; doi:10.1109/TPAMI.2018.2798607
13. P. Xu, X. Zhu, and D. A. Clifton, “Multimodal Learning with Transformers: A Survey,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 45, no. 10, pp. 12113–12132, 2023; doi:10.1109/TPAMI.2023.3275156
14. S. Shen, E. Chen, Q. Liu et al., “A Survey of Knowledge Tracing: Models, Variants, and Applications,” *IEEE Transactions on Learning Technologies*, vol. 17, pp. 1898–1912, 2024.
15. H. Su, X. Liu, S. Yang et al., “Deep Knowledge Tracing with Learning Curves,” *Frontiers in Psychology*, vol. 14, no. 1150329, 2023; doi:10.3389/fpsyg.2023.1150329
16. T. A. Gavrilova, D. V. Kudryavtsev, and D. I. Muromtsev, *Knowledge Engineering: Models and Methods*, Saint Petersburg, Russia: Lan, 2016 (in Russian).
17. G. V. Rybina, *Fundamentals of Building Intelligent Systems: A Textbook*, Moscow: Finance and Statistics; INFRA-M, 2010 (in Russian).
18. Y. A. Zagorulko and G. B. Zagorulko, “Ontologies and Their Practical Application in Knowledge-Based Systems,” in *Proceedings of the All-Russian Conference with International Participation “Knowledge – Ontologies – Theories” (KONT-2015)*, Novosibirsk, Russia, 2015, vol. 1, pp. 137–146 (in Russian).
19. Z. Li, Z. Wang, W. Wang et al., “Retrieval-Augmented Generation for Educational Application: A Systematic Survey,” *Computers and Education: Artificial Intelligence*, vol. 8, no. 100417, 2025.
20. C. W. Okonkwo and A. Ade-Ibijola, “Retrieval-Augmented Generation (RAG) Chatbots for Education: A Survey of Applications,” *Applied Sciences*, vol. 15, no. 8, p. 4234, 2025.
21. T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest et al., *Introduction to Algorithms*, 4th ed. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 2022.
22. J. Devlin, M. W. Chang, K. Lee et al., “BERT: Pre-training of Deep Bidirectional Transformers for Language Understanding,” in *Proceedings of the North American Chapter of the Association for Computational Linguistics: Human Language Technologies (NAACL-HLT)*, 2019, pp. 4171–4186; doi:10.18653/v1/N19-1423
23. A. Radford, J. W. Kim, C. Hallacy et al., “Learning Transferable Visual Models From Natural Language Supervision,” in *Proceedings of the 38th International Conference on Machine Learning (ICML)*, 2021, pp. 8748–8763.
24. C. Piech, J. Bassen, J. Huang et al., “Deep Knowledge Tracing,” in *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 28, 2015, pp. 505–513.
25. A. T. Corbett and J. R. Anderson, “Knowledge Tracing: Modeling the Acquisition of Procedural Knowledge,” *User Modeling and User-Adapted Interaction*, vol. 4, no. 4, pp. 253–278, 1994; doi:10.1007/BF01099821
26. M. Canal-Esteve and Y. Gutiérrez, “Educational Material to Knowledge Graph Conversion: A Methodology to Enhance Digital Education,” in *Proc. of the 1st Workshop on Knowledge-Augmented Language Models (KaLLM), Association for Computational Linguistics (ACL)*, 2024.
27. Y. Lu, D. Wang, P. Chen et al., “RadarMath: An Intelligent Tutoring System for Math Education,” in *Proc. of the 35th AAAI Conference on Artificial Intelligence*, vol. 35, 2021, pp. 16087–16090.
28. S. Zhang, Q. Xie, and G. Wang, “An Adaptive Learning Method Based on Knowledge Graph,” *Frontiers in Educational Research*, vol. 6, no. 6, pp. 1–12, 2023.

Received 01-02-2026, the final version — 10-03-2026.

Valentina Zuparova, Assistant Lecturer at the Department «Programming» Penza State Technological University, ✉ zuparova@penzgtu.ru